TEMA 1. INTERACCIÓN GRAVITATORIA.

CONTENIDOS:

1.- Campo gravitatorio.
2.- Intensidad del campo gravitatorio.
3.- Campos de fuerza conservativos
4.- Potencial gravitatorio.
5.- Relación entre energía y movimiento orbital.
6.- Caos determinista.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN:

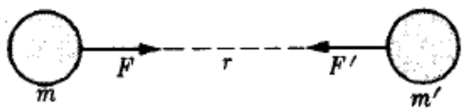
1. Asociar el campo gravitatorio a la existencia de masa y caracterizarlo por la intensidad del campo y el potencial.
2. Reconocer el carácter conservativo del campo gravitatorio por su relación con una fuerza central y asociarle en consecuencia un potencial gravitatorio.
3. Interpretar variaciones de energía potencial y el signo de la misma en función del origen de coordenadas energéticas elegido.
4. Justificar las variaciones energéticas de un cuerpo en movimiento en el seno de campos gravitatorios.
5. Relacionar el movimiento orbital de un cuerpo con el radio de la órbita y la masa generadora del campo.
6. Conocer la importancia de los satélites artificiales de comunicaciones, GPS y meteorológicos y las características de sus órbitas.
7. Interpretar el caos determinista en el contexto de la interacción gravitatoria.

1.- CAMPO GRAVITATORIO

Isaac Newton (1642-1727) enunció la **ley de la gravitación universal** mediante la cual se demuestra que la interacción entre dos cuerpos, produce un movimiento que puede ser descrito por las leyes que Kepler había enunciado un siglo antes. Newton enunció su ley universal de gravitación en los siguientes términos: *"La interacción gravitatoria entre dos cuerpos puntuales puede expresarse por una fuerza de atracción central directamente proporcional al producto de las masas de los cuerpos e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que les separa"*

$$\vec{F} = -G\frac{M_1 \cdot M_2}{r^2}\vec{u_r}$$

G es una constante de proporcionalidad cuyo valor depende del sistema de unidades utilizado y es independiente del medio en el que nos encontremos. En el SI su valor es $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ $N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$.
Esta fuerza es un vector cuya dirección está en la recta que une las masas que interaccionan y su sentido apunta, para cada masa, hacia la otra.



Trataremos a continuación los aspectos fundamentales de la **Teoría de la Gravitación** que explica esta interacción entre las masas.

Las interacciones gravitatorias, y en general cualquier interacción que se produce ente los cuerpos, son interacciones a distancia. La cuestión ahora es cómo se transmite la interacción.

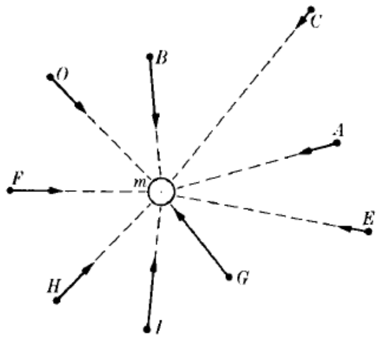
Las dificultades inherentes a la acción a distancia, no pasaron desapercibidas al propio Newton cuando formuló la ley de la gravitación universal; sin embargo, no fue posible superarlas hasta que, a mediados del s. XIX, Michael Faraday, en sus estudios sobre electricidad, introdujo el concepto de **campo**. Más tarde se generalizó dicho concepto, siendo posible aplicarlo a cualquier interacción como, por ejemplo, la gravitatoria.
Dada una determinada región del espacio, se dice que en ella existe un campo cuando en cada punto de dicha región está definido un valor determinado de la magnitud en cuestión.
La existencia de una dependencia funcional magnitud-posición es la característica que define la noción de campo.
Un campo estará definido, en términos matemáticos, cuando se conozca la forma de esa correspondencia que asocia a cada punto del espacio un valor de la magnitud considerada.
Según sea la naturaleza de la magnitud considerada, el campo correspondiente podrá ser escalar o vectorial. Un caso particular de campos vectoriales es el de los campos de fuerzas, entre los que se encuentra el **campo gravitatorio**.

Supongamos que en diferentes puntos alrededor de una masa M colocamos otra masa m. En cada uno de esos puntos m experimenta una fuerza debido a su interacción gravitatoria con M. Puede decirse que la masa M produce, en el espacio que la rodea, una perturbación física que llamamos campo gravitatorio, que se pone de manifiesto por la fuerza que se ejerce sobre una masa testigo o "de prueba" m colocada en esa zona.

2.- INTENSIDAD DEL CAMPO GRAVITATORIO.

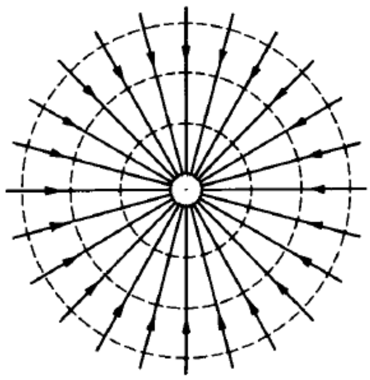
Se define la **intensidad del campo gravitatorio** creado por una masa M en cualquier punto del espacio que la rodea como la fuerza que se ejerce en cada punto sobre la unidad de masa, al colocarla en dicho punto.

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} \qquad \rightarrow \qquad \vec{g} = -G\frac{M}{r^2}\vec{u}_r$$



Según esta expresión, la intensidad del campo g, es un vector que tiene la dirección de la recta que une a las masas que interaccionan y el sentido apuntando hacia la masa M que ha creado el campo, por tanto, contrario al vector unitario que apunta hacia la masa m que lo siente (de ahí el signo negativo, en la expresión vectorial).
La unidad de g será $N \cdot kg^{-1}$ que dimensionalmente equivale a una aceleración.

Con el fin de visualizar la estructura del campo gravitatorio se definen las **líneas de fuerza** como aquellas líneas imaginarias de tal modo que en cada punto la dirección del campo es tangente a la línea de fuerza que pasa por ese punto. Por otra parte, las líneas de fuerza se trazan de modo que su densidad sea proporcional a la intensidad del campo.



El campo de fuerzas gravitatorias se dice que es un **campo de fuerzas centrales** porque las líneas de acción de los vectores fuerza asociados se cortan en un punto fijo.

- CAMPO GRAVITATORIO TERRESTRE.

La fuerza gravitatoria aplicada a los cuerpos que rodean la Tierra, es el peso:

$$P = G\frac{M_T m}{R_T^2} = mg \quad \Rightarrow \quad g = G\frac{M_T}{R_T^2}$$

En la superficie terrestre la intensidad del campo gravitatorio valdrá, tomando
Rt = 6370 km y Mt = $5.98 \cdot 10^{24}$ kg

$$g = G\frac{M_T}{R_T^2} = g = 9.8 \text{ N/kg}$$

3.- CAMPO DE FUERZAS CONSERVATIVOS.

- TRABAJO Y ENERGÍA

- Relación Trabajo-Energía:

ENERGÍA: Capacidad de un sistema físico para transformar la materia.

TRABAJO: Variación de la energía de un sistema físico. $W = \Delta E$

"El trabajo permite medir la variación de la energía de un sistema debido a la transformación producida."
"La aplicación de trabajo a un sistema provoca la variación de energía del mismo."

- Trabajo realizado por una fuerza constante.

De forma general, la realización de trabajo lleva consigo la variación de una propiedad del sistema físico mediante la aplicación de una fuerza. En función del sistema físico, de la fuerza aplicada y la propiedad modificada podemos hablar de diferentes tipos de trabajo.

$W = \vec{A} \cdot \Delta\vec{a}$

W = Trabajo
A = Fuerza
a = Propiedad

Sist.termod.	Fuerza	Propiedad	Trabajo
Químico	presión	volumen	$P \cdot dV$
Electroquím.	F.e.m.	Carga	$\varepsilon \cdot dq$

En un **sistema mecánico** el trabajo provoca un desplazamiento mediante la aplicación de una fuerza:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$$

Así, el trabajo realizado por la fuerza se calcula como el **producto escalar** de la fuerza por el desplazamiento.

$$W = F \cdot \Delta r \cdot \cos\theta$$

Donde θ es el ángulo que forma la fuerza F con la dirección del desplazamiento.
Esta última expresión nos indica que tan sólo debemos tomar la componente de la fuerza que tenga la misma dirección que el desplazamiento.

- El trabajo es positivo si el ángulo que forman la fuerza y el desplazamiento está comprendido entre 0 y $\pi/2$ radianes.
- El trabajo es máximo cuando la fuerza y el desplazamiento tienen la misma dirección y sentido.
- **Cuando la dirección en que actúa la fuerza es perpendicular al desplazamiento, aquella no realiza trabajo.**
- Cuando el ángulo que forman el vector fuerza y el vector desplazamiento está comprendido entre $\pi/2$ y π radianes, el trabajo es negativo. En ese caso, la fuerza se opone al desplazamiento.

La unidad del trabajo en el SI será igual a N · m, que recibe el nombre de **Julio**.

El ***trabajo realizado por una fuerza variable*** en un desplazamiento finito es la suma e los infinitos trabajos elementales que reproducen en dicho desplazamiento. Analíticamente, esta suma de infinitos términos se resuelve haciendo uso del cálculo integral:

$$W = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

- TRABAJO Y ENERGÍA CINÉTICA.

Ya sabemos que el trabajo produce variaciones en la energía que tiene un sistema físico:

$$W = \Delta E$$

A cada situación en la que un cuerpo puede realizar trabajo le asociamos una definición de energía (química, eléctrica, eólica, térmica,…).

La energía asociada a sistemas en movimiento se denomina Energía Cinética.
Cuando se realiza trabajo sobre un cuerpo modificando su velocidad, decimos que en ese cuerpo varía su energía cinética.
Si definimos ahora la energía cinética de un cuerpo de masa m que se mueve con una velocidad v, como:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

el trabajo se puede expresar como: $W = E_{c_B} - E_{c_A} = \Delta E_c$

Supongamos que sobre un cuerpo de masa m, situado en la posición A y que se mueve con velocidad V_a, puede actuar diferentes fuerzas, siendo F la resultante de todas ellas. Como resultado de la acción de las fuerzas, el cuerpo se desplazará del punto A al punto B, modificando su velocidad. Sea V_b la velocidad del cuerpo cuando alcanza la posición B.
El trabajo realizado por la fuerza resultante cuando el cuerpo se desplaza desde A hasta B, es:

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B F_t \cdot dS$$

siendo F_t la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento.

Si la masa es cte: $\vec{F} = \dfrac{d(m \cdot \vec{v})}{dt} = m \dfrac{d\vec{v}}{dt}$

y la fuerza tangencial es $F_t = m \dfrac{dv}{dt}$

siendo $v = \dfrac{ds}{dt}$

De ese modo:

$$W = \int_A^B m \frac{dv}{dt} dS = m \int_A^B dv \frac{dS}{dt} = m \int_A^B v \cdot dv = m \left[\frac{1}{2} v^2 \right]_A^B = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_A^2$$

De acuerdo con esto, las unidades en que se mide la energía y el trabajo son las mismas. Resulta que al realizar trabajo sobre el cuerpo, éste incrementa su energía cinética precisamente en una cantidad igual al trabajo realizado:

$$E_{c_B} = E_{c_A} + W$$

Esta forma de proceder nos permite entender el trabajo como una transferencia de energía: cuando realizamos trabajo sobre un cuerpo le transferimos energía, en una cantidad igual al trabajo realizado.
Luego el trabajo es energía en transito de un cuerpo a otro; el trabajo es energía que pasa de un cuerpo a otro debido a la acción de una fuerza que se desplaza.

Por supuesto, si el cuerpo que se mueve realiza trabajo sobre otro, su energía cinética disminuye en una cantidad exactamente igual al trabajo realizado. Si la energía cinética final es cero, entonces el trabajo realizado es igual a la energía cinética que tenía el cuerpo.
De esta forma la energía cinética aparece como una capacidad para realizar trabajo. Midiendo energías cinéticas, podemos evaluar trabajos sin preocuparnos de las trayectorias.
A la expresión: $W = E_{c_B} - E_{c_A} = \Delta E_c$
se le conoce con el nombre de **Teorema de las fuerzas vivas.**
Podemos definir la energía cinética como aquella magnitud cuya variación es exactamente igual al trabajo resultante ejercido sobre el cuerpo. El resultado anterior es valido sea cual sea la naturaleza de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.

- FUERZAS CONSERVATIVAS Y ENERGÍA POTENCIAL.

Un cuerpo puede también realizar trabajo, aunque su energía cinética no cambie, cuando esté sometido a la acción de una fuerza que depende de la posición, y el cuerpo cambie efectivamente de posición.
Pero esto solo es posible cuando las interacciones son de un tipo particular, y las fuerzas son conservativas.

> Una *fuerza es conservativa* si el trabajo total que realiza para desplazarse entre dos posiciones, se puede expresar como diferencia de una función escalar que depende de dichas posiciones inicial y final. A dicha función escalar se le denomina energía potencial.
> De ese modo, una fuerza es conservativa si: W = Ep(A) – Ep(B)

Esta definición trae consigo dos consecuencias:
1) El trabajo total que realiza esa fuerza conservativa para desplazar un cuerpo en una trayectoria cerrada para volver a la posición inicial es nulo.
2) El trabajo que realiza una fuerza conservativa cuando el cuerpo sobre el que actúa se traslada desde una posición a otra, es independiente del camino seguido. Solo es función de las posiciones inicial y final.

Solo tiene sentido definir la energía potencial si las fuerzas son conservativas, ya que, en caso contrario, nada asegura que exista una función similar.
Muchas de las fuerzas presentes en la naturaleza son conservativas, por lo que puede definirse para cada una de ellas una energía potencial asociada.

Un ejemplo lo constituyen las **fuerzas centrales** que siempre son conservativas, es decir, que para estas fuerzas puede definirse una función, denominada energía potencial que solo depende de la posición del cuerpo.
Las fuerzas elásticas son centrales, ya que su dirección es siempre la del muelle, estando dirigidas hacia el punto en que éste esta sujeto. También son fuerzas centrales las fuerzas gravitatorias y eléctricas, que vienen dadas por las leyes de Newton y de Coulomb respectivamente.

Las fuerzas conservativas son capaces de restituir todo el trabajo que se realiza para vencerlas.
Para demostrar que estas fuerzas son conservativas habrá que calcular el trabajo que realiza dicha fuerza cuando el cuerpo se desplaza de A a B y demostrar que el trabajo necesario solo depende de la posición inicial y final, es decir:

$$W_{elastica} = \int_A^B F \cdot dS = \int_A^B - kx \cdot dx = -\frac{k}{2}\left(x_B^2 - x_A^2\right) = -\Delta E_p$$

$$W_{gravitatorio} = \int_A^B F \cdot dr = \int_A^B - G\frac{Mm}{r^2}dr = -G \cdot Mm\left(-\frac{1}{r}\right)_A^B = G \cdot M \cdot m\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right) = -\Delta E_p$$

- El hecho de que el trabajo se calcule mediante unas diferencias hace que no importe donde se encuentre **el origen de energía potencial** puesto que la diferencia, es decir, el trabajo va a ser igual.
- Otra característica de la energía potencial es que siempre es debido a la interacción entre los cuerpos por lo que la energía potencial no pertenece ni a uno ni a otro cuerpo sino que es del sistema de ambos.

No tiene sentido hablar de la energía potencial asociada a un cuerpo aislado, ya que el término energía potencial se asocia a las fuerzas conservativas que actúan sobre el cuerpo, traduce una interacción entre cuerpos.

- CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA.

- Principio de conservación de la energía mecánica.

Leibnitz estableció este principio por primera vez en el año 1693, haciendo referencia, únicamente, a la conservación de las energías cinética y potencial de un sistema situado en el campo gravitatorio terrestre.

Hemos visto hasta ahora que para cualquier fuerza: $W = \Delta E_c$
y para fuerzas conservativas: $W_{FC} = -\Delta E_p$
Igualando las dos expresiones anteriores, resulta:

$$\Delta E_c = -\Delta E_p \Rightarrow E_c(B) - E_c(A) = E_p(A) - E_P(B)$$

y por tanto,

$$E_c(B) + E_p(B) = E_c(A) + E_p(A)$$

lo que nos indica que en cualquier punto la suma de la energía cinética y la energía potencial permanece cte.
A la suma de la energía cinética y potencial del cuerpo se le denomina **energía mecánica** y se afirma que la energía mecánica del cuerpo permanece cte en cualquier punto, si sobre este solo actúan fuerzas conservativas.

- Generalización del teorema del trabajo y de la energía:

Cuando sobre un cuerpo actúan **fuerzas no conservativas**, como por ejemplo los rozamientos, la suma de las energías cinética y potencial del cuerpo no se mantiene cte. *Las fuerzas no conservativas no son capaces de restituir todo el trabajo que se realiza para vencerlas.*

Si suponemos que sobre un cuerpo actúan fuerzas conservativas y fuerzas no conservativas y representamos por Wc y Wnc el trabajo realizado por cada una de ellas, tendremos que, para el trabajo resultante:

$$W = W_c + W_{nc} = \Delta E_c$$

Pero el trabajo realizado por las fuerzas conservativas: $W_c = -\Delta E_p$

de modo que el balance de energía puede ahora expresarse en la forma:

$$\Delta E_c + \Delta E_p = W_{nc}$$

Considerando las energías en dos situaciones cualquiera, A y B, como se ha hecho anteriormente, resulta:

$$(E_c + E_p)_B - (E_c + E_p)_A = W_{nc}$$

Como vemos, la suma de las energías cinética y potencial en cada instante no permanece cte, sino que aumenta si Wnc es positivo y disminuye en caso contrario.

Si existen rozamientos, el Wnc es, en general, negativo, dado que la fuerza de rozamiento generalmente se opone al movimiento. En ese caso, **podemos considerar que el cuerpo esta disipando energía.**

4.- POTENCIAL GRAVITATORIO.

Sabemos ya que los campos gravitatorios producidos por una partícula puntual serán centrales y que toda fuerza central es conservativa y, por tanto, tendrá una energía potencial.

$$W_{AB} = \int_{r_A}^{r_B} F(r)dr, \quad \rightarrow \quad W_{AB} = -\int_{r_A}^{r_B} \frac{GMm}{r^2}dr = GMm\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right).$$

$$W_{AB} = E_p(A) - E_p(B) = -\Delta E_p \quad \rightarrow \quad E_p^{gav} = -G\frac{Mm}{r}$$

1. Intentando interpretar este resultado tenemos que para que la energía potencial gravitatoria de un cuerpo sea cero este debe encontrarse ¡en el infinito!. ¿Como se entiende esto?. Como el alcance de la fuerza gravitatoria es infinito el hecho de que un cuerpo deje de sentirla supone que dicho cuerpo esta infinitamente alejado. Ese es, en principio el significado de esta elección de origen de energía potencial.

2. Otro dato significativo es el hecho de que dicha energía sea negativa. Hasta ahora todas las energías nos habían salido positivas. ¿Que puede significar que una energía sea negativa?. Para ello vamos a pensar en lo que supone tener un cuerpo con energía cero. Teóricamente este será un cuerpo incapaz de producir trabajo alguno. No es difícil asociar este cuerpo con uno situado en el vacío más absoluto, aislado y quieto en nuestro sistema de referencia. Como no tiene velocidad ni hay perturbación alguna su energía deberá ser cero. Pensemos ahora en qué hay que hacer para que un cuerpo parado en las cercanías de otro llegue a tener energía cero. Para ello deberíamos aislarle del otro, y para hacerlo le alejamos hasta el ∞. Ahora bien, como el otro cuerpo le atrae hemos de aportar energía para alejarle hasta dejarle aislado. Ahora bien, si para que este cuerpo tenga una energía nula hemos de darle nosotros energía, significa que, de alguna forma, este cuerpo "debe energía", pues hemos de dársela nosotros para que su energía total sea cero. Precisamente como "debe" energía tenemos que su Ep es menor que cero.

Si calculamos el trabajo necesario para separar dos masas desde una posición, separadas una distancia r, hasta una separación infinito, nos queda:

$$W_{AB} = E_p(A) - E_p(B) = E_P(A) - E_P(\infty) = E_P(A) - 0 = E_P(A) = -G\frac{M \cdot m}{r}$$

Podemos definir entonces la energía potencial gravitatoria de un sistema de dos masas separadas una distancia r, como el trabajo necesario para separarlas desde esa posición (separadas una distancia r) hasta una separación infinita.
El signo negativo del trabajo da cuenta de la pérdida de energía potencial.

El **potencial gravitatorio** en un punto Vg se define como la energía gravitatoria por unidad de masa en dicho punto.

$$V_g = \frac{E_p}{m} \rightarrow V_g = -G\frac{M}{r}$$

Podemos definir entonces el trabajo de la fuerza gravitatoria como:

$$W_{AB} = E_p(A) - E_p(B) = m \cdot V(A) - mV(B) = m[V(A) - V(B)]$$

5.- RELACIÓN ENTRE ENERGÍA Y MOVIMIENTO ORBITAL.

La fuerza gravitatoria es responsable del las órbitas planetarias y de satélites, ya que la fuerza que actúa sobre el satélite es

$$F = G\frac{Mm_s}{r^2} = m_s a$$

y si simplificamos admitiendo una órbita circular, la trayectoria es normal a la aceleración, por tanto

$$a_n = v^2 / r$$

La *velocidad de un satélite en órbita circular* será: $v_c = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}}$

Su **periodo de rotación** (tiempo en dar una vuelta) será: $T = 2\pi\frac{r}{v} = \frac{2\pi}{w}$

Un **satélite es geoestacionario** si circula por su órbita, alrededor de la Tierra, con un periodo de traslación de un día solar. De esta manera su vector de posición respecto al centro de la Tierra corta siempre en un mismo punto a la superficie de la Tierra

Estudio energético en el movimiento de los satélites.

La energía del satélite en la órbita circular será:

$$E_{\text{Ó. Circular}} = E_C + E_P = \frac{1}{2}mv_C^2 - G\frac{M_T m}{r}$$

Teniendo en cuenta el valor de v_C:

$$E_{\text{Ó. Circular}} = \frac{1}{2}m\frac{GM_T}{r} - G\frac{M_T m}{r} = -\frac{1}{2}G\frac{M_T m}{r} = \frac{1}{2}E_P = -E_C$$

Ya que de la combinación de las dos ecuaciones se deduce que:

$$\frac{1}{2}mv_C^2 - G\frac{M_T m}{r} = \frac{1}{2}E_P \rightarrow E_C = \frac{1}{2}E_P - E_P = -\frac{1}{2}E_P$$

Por tanto, de las expresiones anteriores se concluye que la energía del satélite que describe la órbita es negativa e igual a menos la energía cinética.

- Llevar el satélite a una altura h desde la superficie terrestre.

Se debe cumplir que la energía del satélite en la superficie de la Tierra será igual a la energía a cualquier altura h:

$$E_{Sup.} = E_{C\,Sup.} + E_{P\,Sup.} = \frac{1}{2} m v_L^2 - G\frac{M_T m}{R_T};$$

$$E_h = E_{C\,h} + E_{P\,h} = 0 - G\frac{M_T m}{R_T + h}$$

Igualando, nos queda:

$$\frac{1}{2} m v_L^2 - G\frac{M_T m}{R_T} = -G\frac{M_T m}{R_T + h}$$

Despejando v_L:

$$v_L = \sqrt{2 \cdot G \cdot M_T \cdot \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_T + h}\right)}$$

que corresponde a la **velocidad de lanzamiento desde la superficie terrestre.**

- Velocidad de escape

Se llama velocidad de escape a la velocidad mínima necesaria para que una partícula escape de la acción de un campo gravitatorio.
Para calcularla, consideremos la energía que posee una partícula lanzada con esa velocidad:

$$E_1 = -\frac{GMm}{r} + \frac{1}{2}mv^2$$

para que escape habrá de llegar a

$r = \infty$ con $v = 0$, luego $E_2 = 0$

$$\left.\begin{array}{l} E_1 = -\dfrac{GMm}{r} + \dfrac{1}{2}mv^2 \\ E_2 = 0 \end{array}\right\} \quad E_1 = E_2; \quad v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

En la superficie terrestre

$$v = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} = 11{,}19 \text{ km/s}$$

También podemos lograr que el satélite escape de la atracción gravitatoria cuando en un principio está a una altura h si logramos imprimirle una velocidad denominada ahora **velocidad de escape para una altura h** (V_{Eh})

$$E_{Inicial} = E_{C\,0} + E_{P\,0} = \frac{1}{2} m v_{Eh}^2 - G\frac{M_T\, m}{r}; \quad E_\infty = E_{C\,F} + E_{P\,F} = 0 - 0 = 0$$

Igualando ambas expresiones:

$$\frac{1}{2} m v_{Eh}^2 = G\frac{M_T\, m}{r} \rightarrow v_{Eh} = \sqrt{2\frac{G\,M_T}{r}}$$

A esta velocidad se le denomina **velocidad de escape a una altura h.**
Se puede expresar también como:

$$v_{Eh} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_T}{R_T + h}} = \sqrt{2} \cdot v_C$$

CAMPO GRAVITATORIO

Ley de Gravitación Universal: $\vec{F} = -G\frac{M_1 \cdot M_2}{r^2}\vec{u_r}$ (G = 6,6·10^{-11} N·m^2·kg^{-2})

Intensidad de campo gravitatorio: $\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$ → $\vec{g} = -G\frac{M}{r^2}\vec{u_r}$

Intensidad del campo gravitatorio de la Tierra sobre su superficie:

$$P = G\frac{M_T m}{R_T^2} = mg \Rightarrow g = G\frac{M_T}{R_T^2}$$

$$g = G\frac{M_T}{R_T^2} = g = 9.8 \text{ N/kg}$$

Trabajo realizado por la fuerza gravitatoria para trasladar una masa desde la posición A hasta la posición B.

$$W_{AB} = E_p(A) - E_p(B) = -\Delta E_p$$

Energía potencial gravitatoria:

$$E_p^{gav} = -G\frac{Mm}{r}$$

Potencial gravitatorio:

$$V_g = \frac{E_p}{m} \rightarrow V_g = -G\frac{M}{r}$$

$$W_{AB} = E_p(A) - E_p(B) = m \cdot V(A) - mV(B) = m[V(A) - V(B)]$$

Velocidad orbital de un satélite: $v_c = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}}$

Velocidad de lanzamiento para alcanzar la altura h: $v_L = \sqrt{2 \cdot G \cdot M_T \cdot \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_T + h}\right)}$

Velocidad de escape desde la superficie de la Tierra: $v = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$ = 11,19 km/s

Velocidad de escapa desde una altura h: $v_{Eh} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_T}{R_T + h}} = \sqrt{2} \cdot v_C$